



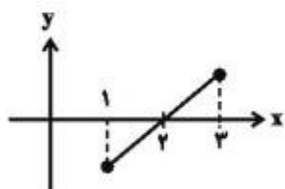
① اگر دامنه و برد تابع خطی $f(x)$ به ترتیب به صورت $[-2, 6]$ و $[3, 7]$ باشد، آنگاه حاصل $f(0) + f(4)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

② اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{3} - 3$ برابر $[-4, 8]$ باشد و برد تابع $g(x) = 2x + 1$ برابر $[3, 9]$ باشد، آنگاه $R_f \cup D_g$ (اجتماع برد f و دامنه g) کدام است؟

- (۱) $[-4, 9]$ (۲) $[-5, 4]$ (۳) $[-4, 4] - \{1\}$ (۴) $\{1\}$

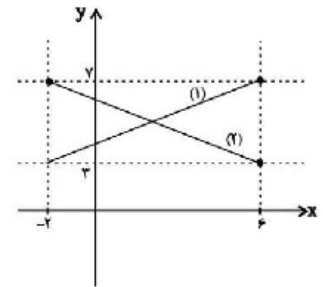
③ نمودار تابع f با نمایش جبری $f(x) = (a-1)x - a$ به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد این تابع کدام است؟



- (۱) $\{1\}$
(۲) $[1, 3]$
(۳) $[1, 2]$
(۴) $\{3\}$

گزینه «۴»

با توجه به دامنه و برد این تابع خطی، نمودار آن به یکی از صورت‌های زیر خواهد بود:



اگر نمودار مطابق حالت (۱) باشد، تابع خطی f شامل ۲ نقطه $(-2, 3)$ و $(6, 7)$ است.

$$\Rightarrow m = \frac{7-3}{6-(-2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y - 7 = \frac{1}{2}(x - 6) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

$$\Rightarrow f(0) + f(4) = 4 + 6 = 10$$

اما اگر نمودار مطابق حالت (۲) باشد، تابع خطی f شامل ۲ نقطه $(-2, 7)$ و $(6, 3)$ است:

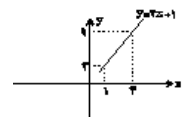
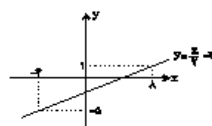
$$\Rightarrow m = \frac{3-7}{6-(-2)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$\Rightarrow f(0) + f(4) = 6 + 4 = 10$$

پس در هر دو حالت $f(0) + f(4) = 10$ است.

گزینه «۲»

به دو شکل زیر دقت کنید:



$$D_f = [-4, 8] \Rightarrow R_f = [-5, 1]$$

$$R_g = [3, 9] \Rightarrow D_g = [1, 4]$$

$$\Rightarrow R_f \cup D_g = [-5, 4]$$

ابتدا توجه کنید که نقطه $(۲, ۰)$ متعلق به تابع است. پس $f(۲) = ۰$.

$$f(۲) = ۲(a - ۱) - a = ۰ \Rightarrow a = ۲$$

در نتیجه $f(x) = x - ۲$ و $f(۱) = -۱$ و $f(۳) = ۱$.

بنابراین مطابق شکل زیر دامنه تابع f بازه $[۱, ۳]$ و برد آن بازه $[-۱, ۱]$ است. اشتراک این مجموعه‌ها برابر $\{۱\}$ است.

